



研究与开发

## 一种基于ADMM的多用户联合的RIS信道估计方案

朱路虎, 王安定

(浙江工商大学信息与电子工程学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要:** 针对智能反射面 (reconfigurable intelligent surface, RIS) 辅助的毫米波通信系统中传统信道估计方案导频开销过高、计算复杂度较大的问题, 提出了一种基于多用户联合场景的交替方向乘法 (alternating direction method of multipliers, ADMM) 信道估计方案。首先, 利用不同用户级联信道存在公共BS-RIS部分, 估计出用户信号的公共子空间并进行投影, 有效减弱了噪声的影响。其次, 考虑多用户级联信道的相关性和稀疏性, 构建了稀疏级联信道矩阵和公共缩放因子矩阵的优化问题。对于该非凸联合优化问题, 采用ADMM算法, 交替优化估计稀疏矩阵和公共缩放因子矩阵。仿真结果表明, 与现有方法相比, 提出的基于多用户联合的ADMM信道估计方案导频开销将减少约50%。

**关键词:** 大规模MIMO; 智能反射面; 信道估计; 交替方向乘法

**中图分类号:** TP301

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-0801.2024252

## Multi-user joint RIS channel estimation based on ADMM

ZHU Luhu, WANG Anding

School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China

**Abstract:** Addressing the challenges of high pilot overhead and computational complexity in traditional channel estimation methods for millimeter-wave communication systems aided by reconfigurable intelligent surfaces (RIS), a novel channel estimation algorithm based on the alternating direction method of multipliers (ADMM) for multi-user joint scenarios was proposed. Firstly, leveraging the shared base station (BS)-RIS component within the cascaded channels of different users, the common subspace of user signals was estimated and projected to effectively mitigate noise interference. Secondly, considering the correlation and sparsity of multi-user cascaded channels, an optimization problem for the sparse cascaded channel matrix and common scaling factor matrix was formulated. To solve this non-convex joint optimization problem, the ADMM algorithm was employed to alternately optimize the sparse matrix and the common scaling factor matrix. Simulation results demonstrate that, compared to existing methods, the proposed ADMM-based channel estimation algorithm for multi-user joint scenarios reduces pilot overhead by approximately 50%.

**Key words:** massive MIMO, reconfigurable intelligent surface, channel estimation, alternating direction method of multipliers

收稿日期: 2024-07-11; 修回日期: 2024-10-29

通信作者: 王安定, anding-704@hotmail.com

## 0 引言

智能反射面 (reconfigurable intelligent surface, RIS) 是实现 6G 无线通信的关键技术<sup>[1-3]</sup>。RIS 由大量可重构的无源反射单元构成, 通过对这些反射单元进行联合调控, 可调整入射信号的相位、幅度等参数, 从而为系统提供新的空间自由度, 重塑无线信道传播环境, 有效增强无线链路的信号强度<sup>[4]</sup>。RIS 由无源器件构成, 无须额外耗能的有源射频设备或复杂的基带信号处理模块, 符合新一代绿色可持续发展通信的要求<sup>[5]</sup>。

基于 RIS 的各种优良特性, 目前研究人员已经对 RIS 辅助的无线通信系统的设计进行了广泛研究, 例如 RIS 辅助的正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 系统<sup>[6-9]</sup>、RIS 辅助的 MIMO 通信<sup>[10-12]</sup>、RIS 辅助的非正交多址接入 (non-orthogonal multiple access, NOMA)<sup>[13-14]</sup>等。需要注意的是, RIS 需要精确的信道状态信息来调整反射系数, 以便对无线通信系统实现精准的控制, 因此信道估计是 RIS 辅助通信系统的关键技术之一。基于毫米波的 RIS 辅助的无线通信系统需要估计大量信道参数, 包括基站 (base station, BS) 到用户设备 (user equipment, UE) 的信道参数, 以及引入 RIS 带来的反射链路参数。针对毫米波无线通信系统中传输损耗高、绕射能力弱的问题, 通常会在基站处配备大规模天线阵列并采用空间信号处理技术来提升系统性能。然而, 随着 BS 和 RIS 上天线与反射单元数量的增加, 需要估计的信道参数数量也相应增加, 信道估计过程中所需的导频开销显著提升。此外, 由于 RIS 通常由无源器件构成, 无法像传统通信那样单独估计 BS-RIS 与 RIS-UE 的两端无线信道。有部分研究<sup>[15-17]</sup>提出在 RIS 上部署少量有源器件以辅助 RIS 的信道估计, 但这一做法与 RIS 无源运作的设计初衷相违背<sup>[18]</sup>。

在毫米波或太赫兹 RIS 通信系统中, 由于收发天线之间的路径损耗较大且存在障碍物阻挡, RIS、BS 与用户设备之间的散射路径数量有限<sup>[7]</sup>, 与 RIS 相关信道在虚拟角度域通常表现出明显的稀疏性。压缩感知技术利用这一稀疏性, 能够以较低的训练开销恢复稀疏信号, 现已成为 RIS 信道估计中非常有前景的方法之一。已有不少文献采用压缩感知技术进行信道估计。例如, 文献[19]通过利用 Khatri-Rao 和 Kronecker 乘积的数学特性, 结合 mmWave 信道固有的稀疏性, 推导出 BS-RIS-UE 间级联信道的稀疏表示。该方法将原始的信道估计问题转化为稀疏信号恢复问题, 并通过信号重构算法对其求解, 但该方案未考虑用户角度域级联信道存在的块稀疏性。文献[20]针对工作在 mmWave 频段的 RIS 辅助 MIMO 系统开发了一种联合信道估计方案。该方案利用 mmWave 信道的双结构稀疏性, 构建了级联信道的稀疏表示, 并设计了一种基于压缩感知的信道估计方案, 有效减少了信道估计所需的导频开销。该方案假设所有空间角度均在量化网格上, 因而不存在网格失配问题。文献[21]则利用不同用户级联信道共享 BS-RIS 部分以及角度域级联信道的双稀疏性, 构建了一个联合优化问题并对其求解, 实现了精确的信道估计。然而, 文献[21]提出的方法在迭代求解联合优化问题时存在精度不足及迭代次数过多的问题。针对这些问题, 本文通过分析角度域级联信道的稀疏性和相关性, 提出了一种两阶段的多用户联合 ADMM 信道估计方案, 以估计不同用户的级联信道。在构建多用户级联信道的优化问题时, ADMM 算法的交替更新特性有助于逐步逼近最优解。特别是在处理包含公共缩放因子矩阵和稀疏级联信道的约束优化问题时, ADMM 算法展现显著优势。通过引入拉格朗日乘子, ADMM 能够高效地将约束条件融入优化过程, 从而有效找到并实现最优解。仿真结果表明, 与其他参考方案相比, 本文



提出的基于多用户联合的ADMM信道估计方案在导频开销上更少,且具有更高的估计精度。

本文主要贡献如下。

(1) 利用不同用户级联信道共享BS-RIS部分来估计公共子空间并进行投影,从而有效降低噪声影响。同时,通过利用不同用户级联信道的稀疏性和相关性,构建了一个包含公共缩放因子矩阵和角度域稀疏矩阵的联合优化问题,并通过凸松弛方法与ADMM算法来有效求解该优化问题,最终估计出各用户的级联信道。

(2) 研究了不同迭代停止条件对所提方案的信道估计性能的影响,仿真结果表明所提出的多用户联合的ADMM信道估计方案可以有效估计出不同用户的级联信道,在较少的导频开销下获得较高的估计精度。

符号说明:  $(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^H$  分别表示矩阵的转置和共轭转置;  $\|\cdot\|_2$  表示矩阵的2范数;  $\|\cdot\|_0$  表示矩阵的0范数,为求解非零元素的个数;  $|\cdot|$  表示矩阵元素取模;  $\circ$  表示哈达玛乘积;  $\mathbf{A}$  表示矩阵;  $\mathbf{a}$  表示向量;  $a$  表示标量;  $\mathbf{A}^{m,n}$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $m$  行第  $n$  列的元素;  $(\cdot)^\dagger$  表示矩阵求广义逆。

## 1 系统模型

### 1.1 系统描述

本文主要研究基于毫米波的RIS辅助上行时分双工无线通信系统,BS在RIS的辅助下,以相同的时间和频率为  $K$  个用户提供服务。BS和RIS分别是采用具有  $M$  根天线和  $N$  个反射元件的均匀线性阵列,且用户均配备单天线。BS与RIS之间的信道表示为  $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ , RIS与用户之间的信道表示为  $\mathbf{h}_{r,k} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ , 其中用户与RIS的直达信道被障碍物阻挡。系统模型如图1所示。

由于Saleh-Valenzuela信道模型能够准确地描述无线信道的多路径衰落特性<sup>[22]</sup>,信道  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{h}_{r,k}$  可以由Saleh-Valenzuela信道模型表示为:

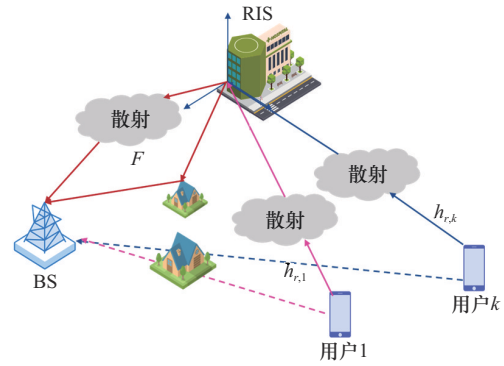


图1 系统模型

$$\mathbf{F} = \sqrt{\frac{MN}{L_F}} \sum_{l_1=1}^{L_F} \alpha_{l_1}^F \mathbf{b}(\vartheta_{l_1}^{F_r}) \mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_r})^H \quad (1)$$

$$\mathbf{h}_{r,k} = \sqrt{\frac{N}{L_{r,k}}} \sum_{l_2=1}^{L_{r,k}} \beta_{l_2}^{r,k} \mathbf{r}(\varphi_{l_2}^{r,k}) \quad (2)$$

其中,  $L_F$  和  $L_{r,k}$  分别表示RIS与BS之间的路径数以及用户  $k$  与RIS之间的路径数;  $\vartheta_{l_1}^{F_r}$  和  $\varphi_{l_1}^{F_r}$  分别代表BS端第  $l_1$  条路径的到达角和RIS处离开角的空间角,  $\alpha_{l_1}^F$  为对应的路径复数增益,  $l_1$  代表BS与RIS之间的第  $l_1$  条路径,  $l_1 = 1, 2, \dots, L_F$ ; 同理,  $\varphi_{l_2}^{r,k}$  和  $\beta_{l_2}^{r,k}$  分别是RIS端第  $l_2$  条路径到达角的空间角和路径复数增益。

$\mathbf{b}$  和  $\mathbf{r}$  分别为BS端和RIS端的  $M \times 1$  和  $N \times 1$  天线阵列响应向量。BS端天线阵列响应向量  $\mathbf{b}$  可以表示为:

$$\mathbf{b}(\psi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[ 1, e^{-2j\pi d\psi/\lambda}, \dots, e^{-2j\pi d(N-1)\psi/\lambda} \right] \in \mathbb{C}^{M \times 1} \quad (3)$$

$$\psi = \sin(\vartheta_p)$$

其中,  $d$  表示天线间距,  $\lambda$  为毫米波的波长, 通常满足  $d = \lambda/2$ 。  $\vartheta_p$  是BS处的物理入射角,  $\psi$  是  $\vartheta_p$  的空间角, 同理RIS端天线向量  $\mathbf{r}$  与BS端天线阵列响应向量  $\mathbf{b}$  类似。

用户到RIS和RIS到BS的整体信道响应可以表示为  $\mathbf{F} \text{diag}(\mathbf{v}) \mathbf{h}_{r,k}$ , 其中  $\mathbf{F}$  表示BS与RIS的信道矩阵,  $\mathbf{h}_{r,k}$  表示RIS与用户  $k$  的信道向量。  $\text{diag}(\mathbf{v}) \in \mathbb{C}^{N \times N}$  是一个由RIS反射向量  $\mathbf{v}$  组成的对角矩阵, 其中  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n, \dots, v_N]^T$  是一个  $N \times$

1 的 RIS 反射系数向量,  $\mathbf{v}_n = \mathbf{e}^{j\vartheta_n}$  是第  $n$  个反射元件的反射系数,  $\vartheta_n \in [0, 2\pi]$  是第  $n$  个反射元件的反射相位。

由于  $\text{diag}(\mathbf{v})\mathbf{h}_{r,k}$  能够等价地表示为  $\text{diag}(\mathbf{h}_{r,k})\mathbf{v}$ , 第  $k$  个用户的级联信道  $\mathbf{G}_k$  可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_k &= \mathbf{F}\text{diag}(\mathbf{h}_{r,k})\# = \\ & \sqrt{\frac{MN}{L_F}} \sum_{l_1=1}^{L_F} \alpha_{l_1}^F \mathbf{b}(\vartheta_{l_1}^{F_r}) \mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_t})^H \text{diag} \\ & \left( \sqrt{\frac{N}{L_{r,k}}} \sum_{l_2=1}^{L_{r,k}} \beta_{l_2}^{r,k} \mathbf{r}(\varphi_{l_2}^{r,k}) \right) = \\ & \sqrt{\frac{MN^2}{L_F L_{r,k}}} \sum_{l_1=1}^{L_F} \sum_{l_2=1}^{L_{r,k}} \alpha_{l_1}^F \beta_{l_2}^{r,k} \mathbf{b} \\ & (\vartheta_{l_1}^{F_r}) \mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_t})^H \text{diag}(\mathbf{r}(\varphi_{l_2}^{r,k})) = \\ & \sqrt{\frac{MN^2}{L_F L_{r,k}}} \sum_{l_1=1}^{L_F} \sum_{l_2=1}^{L_{r,k}} \alpha_{l_1}^F \beta_{l_2}^{r,k} \mathbf{b} \\ & (\vartheta_{l_1}^{F_r}) \mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_t})^H \circ \mathbf{r}(\varphi_{l_2}^{r,k})^H = \\ & \sqrt{\frac{MN}{L_F L_{r,k}}} \sum_{l_1=1}^{L_F} \sum_{l_2=1}^{L_{r,k}} \alpha_{l_1}^F \beta_{l_2}^{r,k} \\ & \mathbf{b}(\vartheta_{l_1}^{F_r}) \mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_t} + \varphi_{l_2}^{r,k})^H \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\circ$  代表哈达玛积。  $\mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_t})^H \circ \mathbf{r}(\varphi_{l_2}^{r,k})^H$  展开式可以表示为:

$$\begin{aligned} & \mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_t})^H \circ \mathbf{r}(\varphi_{l_2}^{r,k})^H = \\ & \frac{1}{\sqrt{N}} \left[ 1, e^{-2j\pi d \varphi_{l_1}^{F_t}/\lambda}, \dots, e^{-2j\pi d(N-1)\varphi_{l_1}^{F_t}/\lambda} \right]^H \\ & \circ \frac{1}{\sqrt{N}} \left[ 1, e^{-2j\pi d \varphi_{l_2}^{r,k}/\lambda}, \dots, e^{-2j\pi d(N-1)\varphi_{l_2}^{r,k}/\lambda} \right]^H = \\ & \frac{1}{N} \left[ 1, e^{-2j\pi d(\varphi_{l_1}^{F_t} + \varphi_{l_2}^{r,k})/\lambda}, \dots, e^{-2j\pi d(N-1)(\varphi_{l_1}^{F_t} + \varphi_{l_2}^{r,k})/\lambda} \right]^H = \\ & \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{r}(\varphi_{l_1}^{F_t} + \varphi_{l_2}^{r,k})^H \end{aligned} \quad (5)$$

为设计基于压缩感知的信道估计方案, 可以利用虚拟角度域表示方法<sup>[19]</sup>来近似式 (4) 中的级联信道, 即:

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{A}_R \tilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{A}_T^H \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{A}_R \in \mathbb{C}^{M \times G_r}$  和  $\mathbf{A}_T \in \mathbb{C}^{N \times G_t}$  分别是角分辨率  $G_r$  和  $G_t$  的字典酉矩阵;  $\tilde{\mathbf{G}}_k \in \mathbb{C}^{G_r \times G_t}$  是角度域稀疏矩阵, 具有特定的行/列块稀疏性。

采用广泛使用的正交导频传输策略, 所有用户通过 RIS 在  $B$  个时隙将已知的导频符号传输到 BS, 以便进行上行链路估计。在第  $b$  个时隙, 第  $k$  个用户的基站接收信号为  $\mathbf{z}_{b,k}$ :

$$\mathbf{z}_{b,k} = \mathbf{F}\text{diag}(\mathbf{h}_{r,k})\mathbf{v}_b s_{b,k} + \mathbf{w}_{b,k} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{z}_{b,k} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ,  $\mathbf{v}_b \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ ,  $s_{b,k} = 1$  是第  $k$  个用户发送的导频符号,  $\mathbf{w}_{b,k} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  是第  $b$  个时隙的基站第  $k$  个用户接收噪声, 其元素服从独立循环对称复高斯分布, 均值为 0, 方差为  $\delta^2$ 。

经过  $B$  个时隙, 基站接收信号可表示为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{V} + \mathbf{W}_k \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{Z}_k = [\mathbf{z}_{1,k}, \mathbf{z}_{2,k}, \dots, \mathbf{z}_{B,k}] \in \mathbb{C}^{M \times B}$ ,  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_B] \in \mathbb{C}^{N \times B}$ ,  $\mathbf{W}_k = [\mathbf{w}_{1,k}, \dots, \mathbf{w}_{B,k}] \in \mathbb{C}^{M \times B}$ 。将级联信道的虚拟角度域表示代入式 (8) 并进一步做共轭转置可得:

$$\mathbf{Z}_k^H = \mathbf{V}^H \mathbf{A}_T \tilde{\mathbf{G}}_k^H \mathbf{A}_R^H + \mathbf{W}_k^H \quad (9)$$

基于式 (9), 可以使用传统的压缩感知的信道估计方案<sup>[19-20]</sup>分别估计每个用户  $k$  的角度域级联信道。然而, 在保证估计精度的前提下, 传统的压缩感知信道估计方案所需的导频开销仍然较高。

## 1.2 角度域级联信道稀疏结构分析

在基于毫米波的无线通信系统中, 由于信号穿透损耗高且绕射能力差, 信号传输易受到障碍物的阻挡。此外, 基站和 RIS 通常部署在较高位置, 这进一步限制了从基站到 RIS 以及 RIS 到用户之间的散射路径数量<sup>[12]</sup>。因此, 与传统的毫米波 MIMO 通信系统相比, RIS 辅助的通信系统级联信道具有一种稀疏的行/列块结构<sup>[20]</sup>, 即角度域级联信道矩阵  $\tilde{\mathbf{G}}_k$  中仅有极少数的非零行或列向量。



由于所有用户的级联信道具有共同的 BS-RIS 部分，不同用户的虚拟角度域级联信道具有相同的非零行索引集合  $\Omega_C$ 。其次，所有用户通过一个任意反射元件的级联信道实际上由公共的 BS-RIS 信道和不同用户到 RIS 信道增益的乘积构成，即  $\mathbf{G}_k^{m,n} = \mathbf{F}^{m,:} \text{diag}(\mathbf{h}_{r,k})^{:,n} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。通过可以联合多个用户的信道矩阵可观察到，不同用户级联信道  $\mathbf{G}_{k_1}$  的第  $n$  列向量的每个元素与  $\mathbf{G}_{k_2}$  的第  $n$  列向量中的相应元素存在一个公共缩放因子，即：

$$\frac{[\mathbf{h}_{r,k_1}]_n}{[\mathbf{h}_{r,k_2}]_n} = \frac{\mathbf{G}_{k_1}^{m,1}}{\mathbf{G}_{k_2}^{m,1}} = \frac{\mathbf{G}_{k_1}^{m,2}}{\mathbf{G}_{k_2}^{m,2}} = \dots = \frac{\mathbf{G}_{k_1}^{m,n}}{\mathbf{G}_{k_2}^{m,n}}, 1 \leq n \leq N \quad (10)$$

联合多用户的级联信道可以得到公共缩放因子矩阵  $\boldsymbol{\gamma}_k$ ：

$$\boldsymbol{\gamma}_k = \text{diag} \left( \left[ \begin{array}{c} [\mathbf{h}_{r,k}]_1 \\ [\mathbf{h}_{r,1}]_1 \end{array}, \left[ \begin{array}{c} [\mathbf{h}_{r,k}]_2 \\ [\mathbf{h}_{r,1}]_2 \end{array}, \dots, \left[ \begin{array}{c} [\mathbf{h}_{r,k}]_N \\ [\mathbf{h}_{r,1}]_N \end{array} \right] \right) \in \mathbb{C}^{N \times N} \quad (11)$$

不同用户的级联信道存在公共缩放因子，因此可以利用一个参考用户的级联信道来估计任意其他用户的级联信道。具体而言，选择用户 1 的级联信道  $\mathbf{G}_1$  作为基准，通过公共缩放矩阵表示其余用户的级联信道。进一步推导出用户  $k$  的级联信道  $\mathbf{G}_k$  的表达式为：

$$\mathbf{G}_k \triangleq \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\gamma}_k = \mathbf{A}_R \tilde{\mathbf{G}}_k^H \boldsymbol{\gamma}_k \quad (12)$$

因此，可以通过公共因子缩放矩阵  $\boldsymbol{\gamma}_k$  和用户 1 的稀疏角度域级联信道  $\tilde{\mathbf{G}}$  表示出任意用户的级联信道。

## 2 基于多用户联合的 ADMM 信道估计方案

不同用户的级联信道均包含 BS-RIS 公共信道部分，因此可以考虑用户角度域级联信道存在的公共行块稀疏性，估计出 AoA 阵列响应向量的公共子空间，然后将基站接收到的信号投影到该子空间。其次，利用第 1.2 节中描述的用户级联信道的联合缩放特性，构造一个多用户联合优化问题。为此，本文采用凸松弛方法和 ADMM 算

法进行迭代优化，估计出公共缩放因子矩阵  $\boldsymbol{\gamma}_k$  和作为基准的公共用户 1 的虚拟角度域级联信道矩阵  $\tilde{\mathbf{G}}$ ，最后进一步估计出任意用户的级联信道  $\mathbf{G}_k$ 。

### 2.1 级联信道的子空间估计和信号投影

由于所有用户的级联信道均包含 RIS-BS 公共部分，不同用户的级联信道必然共享某一公共子空间。以下是估计不同用户公共子空间的流程。

首先构建基站用户的接收信号协方差矩阵，对于基站的每个用户接收信号矩阵  $\mathbf{Z}$ ，计算其协方差矩阵并进行累加和归一化处理得到  $\mathbf{R}_z$ 。

$$\mathbf{R}_z = \frac{1}{KB} \sum_{k=1}^K \mathbf{Z} \mathbf{Z}^H \quad (13)$$

其中， $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{M \times BK}$ ， $K$  为用户数量， $\mathbf{R}_z$  包含了所有用户的空间信息。

通过对  $\mathbf{R}_z$  进行奇异值分解 (singular value decomposition, SVD)，可以提取信号的主要成分并确保子空间的正交性，最终估计得到信号公共子空间  $\mathbf{U}_S$ 。

$$[\mathbf{U}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{V}] = \text{svd}(\mathbf{R}_z) \quad (14)$$

$$\mathbf{U}_S = [\mathbf{U}^{:,1}, \mathbf{U}^{:,2}, \dots, \mathbf{U}^{:,L_F}] \in \mathbb{C}^{M \times L_F} \quad (15)$$

其中， $L_F$  表示信号子空间的维度，即 BS-RIS 之间的公共路径，可通过最小描述长度 (minimum description length, MDL) 准则进行估计<sup>[21]</sup>。

由于不同用户的级联信道中 BS-RIS 部分是公共的，那么不同用户的信号子空间可由公共子空间与线性矩阵联合表示，即  $\mathbf{A}_R^{:, \Omega_C} = \mathbf{U}_S \mathbf{M} \in \mathbb{C}^{M \times L_F}$ ，其中  $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{L_F \times L_F}$  是线性变换矩阵。根据式 (6) 和式 (15)，用户  $k$  的级联信道可以表示为以下形式：

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{U}_S \bar{\mathbf{G}}_k \mathbf{A}_T^H \quad (16)$$

其中， $\bar{\mathbf{G}}_k$  是一个列稀疏矩阵， $\bar{\mathbf{G}}_k = \mathbf{M} \tilde{\mathbf{G}}_k^{:, \Omega_C} \in \mathbb{C}^{L_F \times G_t}$ 。

经过以上步骤得到公共子空间  $\mathbf{U}_S$  后，可以将接收信号  $\mathbf{Z}_k^H$  投影到公共子空间上，得到：

$$\bar{\mathbf{Z}}_k^H \triangleq \mathbf{Z}_k^H (\mathbf{U}_S^H)^\dagger = \mathbf{V}^H \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}_k^H \mathbf{U}_S^H (\mathbf{U}_S^H)^\dagger + \mathbf{W}_k^H (\mathbf{U}_S^H)^\dagger = \mathbf{V}^H \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}_k^H + \mathbf{W}_k^H (\mathbf{U}_S^H)^\dagger \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{U}_S^H (\mathbf{U}_S^H)^\dagger = \mathbf{I}_{L_F}$ 。将接收信号投影到公共子空间可以有效降低噪声功率, 这是因为投影过程去除了与公共 AoA 子空间正交的噪声分量。此外, 由于投影过程减少了稀疏矩阵的行数, 也降低了后续稀疏矩阵恢复操作的难度。

## 2.2 多用户联合的稀疏矩阵恢复

不同用户级联信道存在公共缩放因子, 因此可将任意用户的级联信道通过参考用户级联信道  $\bar{\mathbf{G}}$  进行统一联合缩放表示。利用联合缩放属性式 (12), 将式 (17) 中的投影信号重写为与公共缩放因子和稀疏矩阵相关的形式。

$$\bar{\mathbf{Z}}_k^H = \mathbf{V}^H \gamma_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H + \mathbf{W}_k^H (\mathbf{U}_S^H)^\dagger \quad (18)$$

其中,  $\bar{\mathbf{Z}}_k^H \in \mathbb{C}^{B \times L_F}$  是基站处接收并经过投影后的信号矩阵,  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N \times B}$  为 RIS 处的信道反射系数矩阵,  $\gamma_k \in \mathbb{C}^{N \times N}$  为信道公共缩放因子矩阵,  $\bar{\mathbf{G}} \in \mathbb{C}^{L_F \times G_r}$  是用户 1 角度域稀疏级联信道矩阵。

为了准确估计公共缩放因子  $\gamma_k$  和稀疏矩阵  $\bar{\mathbf{G}}$ , 可构建求解以下优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{G}}, \gamma_k} \quad & \left\| \text{diag}(\bar{\mathbf{G}}^H \bar{\mathbf{G}}) \right\|_0 = \sum_{i=1}^{G_r} \left\| \bar{\mathbf{g}}_i^H \bar{\mathbf{g}}_i \right\|_0 \\ \text{s.t.} \quad & \left\| \bar{\mathbf{Z}}_k^H - \mathbf{V}^H \gamma_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H \right\|_2^2 \leq \bar{\epsilon}, 1 \leq k \leq K \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} Q(\bar{\mathbf{G}}) &= \sum_{i=1}^{G_r} \log(\bar{\mathbf{g}}_i^H \bar{\mathbf{g}}_i + \varsigma) = \\ & \sum_{i=1}^{G_r} \log(\bar{\mathbf{g}}_i^H(n) \bar{\mathbf{g}}_i(n) + \varsigma) + \frac{(\bar{\mathbf{g}}_i^H \bar{\mathbf{g}}_i + \varsigma - (\bar{\mathbf{g}}_i^H(n) \bar{\mathbf{g}}_i(n) + \varsigma))}{\bar{\mathbf{g}}_i^H(n) \bar{\mathbf{g}}_i(n) + \varsigma} + R_n \leq \\ & \sum_{i=1}^{G_r} \left( \frac{\bar{\mathbf{g}}_i^H \bar{\mathbf{g}}_i + \varsigma}{\bar{\mathbf{g}}_i^H(n) \bar{\mathbf{g}}_i(n) + \varsigma} + \log(\bar{\mathbf{g}}_i^H(n) \bar{\mathbf{g}}_i(n) + \varsigma) - 1 \right) \end{aligned} \quad (22)$$

通过式 (22) 找到  $Q(\bar{\mathbf{G}})$  的上界, 为了简化计算并突出主要变量, 可忽略其中的常数项, 将其表示为矩阵形式  $\bar{\mathbf{G}} \mathbf{A}(n) \bar{\mathbf{G}}^H$ , 其中  $\mathbf{A}(n) \in \mathbb{C}^{G_r \times G_r}$  是一个对角矩阵:

其中,  $\bar{\mathbf{g}}_i \in \mathbb{C}^{L_F \times 1}$  是  $\bar{\mathbf{G}}$  的第  $i$  列向量,  $\bar{\epsilon}$  是与组合噪声相关的容差上限。

通过求解上述优化问题, 可得到用户 1 角度域稀疏级联信道  $\bar{\mathbf{G}}_{\text{est}}$  和公共缩放因子  $\hat{\gamma}_k$ , 进而利用这些估计值重构得到不同用户的级联信道。

$$\hat{\mathbf{G}}_k = \mathbf{U}_S \bar{\mathbf{G}}_{\text{est}} \mathbf{A}_T^H \hat{\gamma}_k \quad (20)$$

然而, 式 (19) 中的问题属于非凸优化问题, 其中待优化的变量  $\bar{\mathbf{G}}$  和  $\gamma_k$  是耦合的。为了有效地求解这一问题, 本文采用凸松弛方法和交替方向乘子法迭代优化稀疏矩阵  $\bar{\mathbf{G}}$  和公共缩放因子矩阵  $\gamma_k$ 。

由于式 (19) 中出现的  $l_0$  范数是一个不连续函数, 文献[21]中使用对数和函数替代  $l_0$  范数的方法, 通过引入一个小的正参数  $\varsigma$ , 确保对数函数内的参数严格为正, 将式 (19) 重写为:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{G}}, \gamma_k} \quad & Q(\bar{\mathbf{G}}) = \sum_{i=1}^{G_r} \log(\bar{\mathbf{g}}_i^H \bar{\mathbf{g}}_i + \varsigma) \\ \text{s.t.} \quad & \left\| \bar{\mathbf{Z}}_k^H - \mathbf{V}^H \gamma_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H \right\|_2^2 \leq \bar{\epsilon}, 1 \leq k \leq K \end{aligned} \quad (21)$$

由于  $Q(\bar{\mathbf{G}})$  是一个凹函数, 可以使用  $\bar{\mathbf{G}}(n)$  的一阶泰勒函数来逼近构造  $Q(\bar{\mathbf{G}})$  的上界。对于一个对数函数  $f(x) = \ln x$  在  $x=a$  处的一阶泰勒展开可以得到:  $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + R_n(x) = \ln a + \frac{1}{a}(x-a) + R_n(x)$ 。将这一展开式应用到  $Q(\bar{\mathbf{G}})$  的一阶泰勒展开中, 构造出  $\bar{\mathbf{G}}(n)$  的一阶泰勒函数来逼近  $Q(\bar{\mathbf{G}})$  的上界。

$$\mathbf{A}(n) = \text{diag} \left( \frac{1}{\bar{\mathbf{g}}_1^H(n) \bar{\mathbf{g}}_1(n) + \varsigma}, \dots, \frac{1}{\bar{\mathbf{g}}_{G_r}^H(n) \bar{\mathbf{g}}_{G_r}(n) + \varsigma} \right) \quad (23)$$

基于以上凸松弛方法, 引入非负惩罚因子  $\lambda_k$ , 将式 (21) 重新表示为以下无约束优化问题:



$$\min_{\bar{\mathbf{G}}} \text{Tr}(\bar{\mathbf{G}}\mathbf{A}(n)\bar{\mathbf{G}}^H) + \lambda_k \sum_{k=1}^K \left\| \bar{\mathbf{Z}}_k^H - \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H \right\|_2^2 \quad (24)$$

其中,  $\lambda_k$  是平衡数据拟合和解的稀疏性之间的权衡的惩罚因子。 $\lambda_k$  的选择取决于功率水平, 设置  $\lambda_k = \frac{PB\lambda_d}{\delta^2 \log G_r}$  [21]。

为了有效求解这一优化问题, 可采用 ADMM 算法求解。根据 ADMM 算法框架, 引入辅助变量  $\check{\mathbf{Z}}_k$ , 将优化问题重新写成式 (25):

$$\begin{cases} \min_{\bar{\mathbf{G}}} \text{Tr}(\bar{\mathbf{G}}\mathbf{A}(n)\bar{\mathbf{G}}^H) + \lambda_k \sum_{k=1}^K \left\| \check{\mathbf{Z}}_k - \bar{\mathbf{Z}}_k^H \right\|_2^2 \\ \check{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H \end{cases} \quad (25)$$

其中, 辅助变量为  $\check{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H \in \mathbb{C}^{B \times L_F}$ 。

接着, 构建增广拉格朗日函数, 并结合原优化目标与辅助变量相关的惩罚项可以得到:

$$\begin{aligned} L(\bar{\mathbf{G}}, \check{\mathbf{Z}}_k, \boldsymbol{\mu}_k) = & \text{Tr}(\bar{\mathbf{G}}\mathbf{A}(n)\bar{\mathbf{G}}^H) + \\ & \lambda_k \sum_{k=1}^K \left\| \check{\mathbf{Z}}_k - \bar{\mathbf{Z}}_k^H \right\|_2^2 + \\ & \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\mu}_k^H (\check{\mathbf{Z}}_k - \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H) + \\ & \frac{\rho}{2} \sum_{k=1}^K \left\| \check{\mathbf{Z}}_k - \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\boldsymbol{\mu}_k \in \mathbb{C}^{B \times L_F}$  为拉格朗日乘子矩阵,  $\rho > 0$  是 ADMM 的惩罚参数。

基于 ADMM 算法可以分别迭代优化 3 个变量:  $\bar{\mathbf{G}}$ 、 $\check{\mathbf{Z}}_k$ 、 $\boldsymbol{\mu}_k$ 。

通过求解以下目标函数来更新  $\bar{\mathbf{G}}$ :

$$\bar{\mathbf{G}}^{(n+1)} = \arg \min_{\bar{\mathbf{G}}} L(\bar{\mathbf{G}}, \check{\mathbf{Z}}_k^{(n)}, \boldsymbol{\mu}_k^{(n)}) \quad (27)$$

同样地,  $\check{\mathbf{Z}}_k$  的更新过程类似:

$$\check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)} = \arg \min_{\check{\mathbf{Z}}_k} L(\bar{\mathbf{G}}^{(n+1)}, \check{\mathbf{Z}}_k, \boldsymbol{\mu}_k^{(n)}) \quad (28)$$

$\boldsymbol{\mu}_k$  的更新过程如下。

$$\boldsymbol{\mu}_k^{(n+1)} = \boldsymbol{\mu}_k^{(n)} + \rho (\check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)} - \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^{H(n+1)}) \quad (29)$$

具体更新  $\bar{\mathbf{G}}$  策略是通过求解目标函数关于  $\bar{\mathbf{G}}$  的偏导数, 并令其等于零来找到最优解。为了简化表示, 引入变量  $\mathbf{T}_k = \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \in \mathbb{C}^{B \times G_t}$ ,  $\mathbf{E}_k =$

$$\check{\mathbf{Z}}_k^{(n)} + \frac{\boldsymbol{\mu}_k^{(n)}}{\rho} \in \mathbb{C}^{B \times L_F}。$$

$$\bar{\mathbf{G}}^{(n+1)} = \arg \min_{\bar{\mathbf{G}}} L(\bar{\mathbf{G}}, \check{\mathbf{Z}}_k^{(n)}, \boldsymbol{\mu}_k^{(n)}) =$$

$$\arg \min_{\bar{\mathbf{G}}} \left( \text{Tr}(\bar{\mathbf{G}}\mathbf{A}(n)\bar{\mathbf{G}}^H) + \lambda_k \sum_{k=1}^K \left\| \check{\mathbf{Z}}_k^{(n)} - \bar{\mathbf{Z}}_k^H \right\|_2^2 + \right.$$

$$\left. \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\mu}_k^H (\check{\mathbf{Z}}_k^{(n)} - \mathbf{T}_k \bar{\mathbf{G}}^H) + \right.$$

$$\left. \frac{\rho}{2} \sum_{k=1}^K \left\| \check{\mathbf{Z}}_k^{(n)} - \mathbf{T}_k \bar{\mathbf{G}}^H \right\|_2^2 \right)$$

(30)

对目标函数一阶求导为零可得:

$$\frac{\partial L(\bar{\mathbf{G}})}{\partial \bar{\mathbf{G}}} = (2\mathbf{A}(n)\bar{\mathbf{G}}^H - \sum_{k=1}^K \mathbf{T}_k^H \boldsymbol{\mu}_k^{(n)} -$$

$$\rho \sum_{k=1}^K \mathbf{T}_k^H (\mathbf{T}_k \bar{\mathbf{G}}^H - \check{\mathbf{Z}}_k^{(n)})) \quad (31)$$

$$\bar{\mathbf{G}}^{(n+1)} = \left( \rho \sum_{k=1}^K \mathbf{T}_k^H \mathbf{E}_k \right)^H \left( (2\mathbf{A}(n) +$$

$$\rho \sum_{k=1}^K (\mathbf{T}_k^H \mathbf{T}_k) \right)^H)^{-1}$$

更新  $\check{\mathbf{Z}}_k$  详细过程如下。

$$\check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)} = \arg \min_{\check{\mathbf{Z}}_k} L$$

$$(\bar{\mathbf{G}}^{(n+1)}, \check{\mathbf{Z}}_k, \boldsymbol{\mu}_k^{(n)}) = \arg \min_{\check{\mathbf{Z}}_k}$$

$$\left( \lambda_k \left\| \check{\mathbf{Z}}_k - \bar{\mathbf{Z}}_k^H \right\|_2^2 + \frac{\rho}{2} \right) \quad (33)$$

$$\left\| \check{\mathbf{Z}}_k - \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k^{(n+1)} \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^{H(n+1)} + \frac{\boldsymbol{\mu}_k^{(n)}}{\rho} \right\|_2^2$$

由于这里  $\check{\mathbf{Z}}_k$  的更新与其他用户  $k$  无关, 每个  $\check{\mathbf{Z}}_k$  都为独立更新, 不需要显示求和操作, 那么可得:

$$\frac{\partial L(\check{\mathbf{Z}}_k)}{\partial \check{\mathbf{Z}}_k} = 2\lambda_k (\check{\mathbf{Z}}_k - \bar{\mathbf{Z}}_k^H) + \rho \left( \check{\mathbf{Z}}_k -$$

$$\mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k^{(n+1)} \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^{H(n+1)} + \frac{\boldsymbol{\mu}_k^{(n)}}{\rho} \right) \quad (34)$$

$$\check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)} = \frac{2\lambda_k \bar{\mathbf{Z}}_k^H + \rho \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k^{(n+1)} \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^{H(n+1)} - \boldsymbol{\mu}_k^{(n)}}{2\lambda_k + \rho} \quad (35)$$

因为引入了辅助变量  $\check{\mathbf{Z}}_k = \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^H$ , 那么可利用  $\check{\mathbf{Z}}_k$  的更新来间接更新公共缩放因子  $\boldsymbol{\gamma}_k$ 。首先对  $\check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)}$  进行向量化处理,  $\check{\mathbf{z}}_k^{(n+1)} = \text{vec}(\check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)}) \in \mathbb{C}^{BL_F \times 1}$ ; 接着对其他矩阵进行向量化处理,  $\text{vec}(\mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^{H(n+1)}) = \boldsymbol{\Psi} \text{vec}(\boldsymbol{\gamma}_k)$ , 其中  $\boldsymbol{\Psi} = (\mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^{H(n+1)})^T \otimes \mathbf{V}^H \in \mathbb{C}^{BL_F \times N^2}$ , 以上处理可通过向量化性质  $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = \mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A} \text{vec}(\mathbf{B})$  得到。最后向量化  $\boldsymbol{\gamma}_k$ , 其中  $N$  个非零元素位于  $\boldsymbol{\Omega}_\gamma = \{i + (i-1)N | i \in \{1, 2, \dots, N\}\}$ 。

以上问题可以简化为求解一个最小二乘问题以得到  $\boldsymbol{\gamma}_k^{(n+1)}$ 。

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}_k} \left\| \check{\mathbf{z}}_k^{(n+1)} - \boldsymbol{\Psi}^{:\boldsymbol{\Omega}_\gamma} [\text{vec}(\boldsymbol{\gamma}_k)_{\boldsymbol{\Omega}_\gamma}] \right\|_2^2 \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_k^{(n+1)} = \text{diag} \left( \left( (\boldsymbol{\Psi}^{:\boldsymbol{\Omega}_\gamma})^H \boldsymbol{\Psi}^{:\boldsymbol{\Omega}_\gamma} \right)^{-1} (\boldsymbol{\Psi}^{:\boldsymbol{\Omega}_\gamma})^H \check{\mathbf{z}}_k^{(n+1)} \right) \quad (37)$$

拉格朗日乘子  $\boldsymbol{\mu}_k$  的更新过程如下。

$$\boldsymbol{\mu}_k^{(n+1)} = \boldsymbol{\mu}_k^{(n)} + \rho \left( \check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)} - \mathbf{V}^H \boldsymbol{\gamma}_k^{(n+1)} \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{G}}^{H(n+1)} \right) \quad (38)$$

针对  $\boldsymbol{\gamma}_k$  的初始化, 可采用基于压缩感知的信道估计方案<sup>[19-20]</sup>来解决相应的信道估计问题, 然后根据式 (10) 中的联合缩放属性估计出  $\boldsymbol{\gamma}_k$  的初始值。

$$\left( \boldsymbol{\gamma}_k^{(0)} \right)^{i,n} = \begin{cases} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\hat{\mathbf{G}}_k(m,n)}{\hat{\mathbf{G}}_1(m,n)}, & 1 \leq i = n \leq N \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (39)$$

通过交替迭代更新这些变量, 直到满足迭代停止条件, 可以估计出最优的  $\bar{\mathbf{G}}$  和  $\boldsymbol{\gamma}_k$ , 并最终通过式 (20) 估计不同用户的级联信道  $\hat{\mathbf{G}}_k$ 。

算法 1 总结了基于投影的多用户联合的 ADMM 信道估计方案, 详细过程如下。

**输入:** 基站接收信号  $\mathbf{Z}_k^H \in \mathbb{C}^{M \times B}, k=1, 2, \dots, K$ , BS-RIS 路径数量  $L_F, \mathbf{V}^H \mathbf{A}_T, \mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1^H, \mathbf{Z}_2^H, \dots, \mathbf{Z}_K^H] \in \mathbb{C}^{M \times BK}$

**初始化:** 通过式 (39) 初始化  $\boldsymbol{\gamma}_k$ ;  $\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{1}_{L_F \times G_t}$ ; 设置收敛阈值  $\epsilon = 1 \times 10^{-6}$ ;  $n=0$

**步骤 1:** 公共子空间估计与信号投影

通过式 (13) 得到基站多用户接收信号协方差矩阵  $\mathbf{R}_z$

对协方差矩阵  $\mathbf{R}_z$  进行奇异值分解, 提取出信号子空间的主要成分, 选择左奇异向量矩阵  $\mathbf{U}$  的前  $L_F$  个特征向量作为信号子空间  $\mathbf{U}_S$

根据式 (18) 将接收信号投影到估计出的公共子空间上

**步骤 2:** 基于多用户联合的 ADMM 信道估计方案

通过解决优化式 (19) 来估计  $\bar{\mathbf{G}}_{\text{est}}$  和  $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_k$

引入辅助变量  $\check{\mathbf{Z}}_k$  构建增广拉格朗日函数可以得到式 (26)

重复以下步骤直到收敛

更新  $\bar{\mathbf{G}}, \check{\mathbf{Z}}_k, \boldsymbol{\gamma}_k, \boldsymbol{\mu}_k$  如下

根据式 (32) 更新  $\bar{\mathbf{G}}^{(n+1)}$

根据式 (35) 更新  $\check{\mathbf{Z}}_k^{(n+1)}$

根据式 (37) 更新  $\boldsymbol{\gamma}_k^{(n+1)}$

根据式 (38) 更新  $\boldsymbol{\mu}_k^{(n+1)}$

直至对偶残差或原始残差小于或等于指定阈值, 迭代停止

通过式 (20) 估计用户  $k$  的级联信道为:

$$\hat{\mathbf{G}}_k^{\text{S-MJADMM}} = \mathbf{U}_S \bar{\mathbf{G}}_{\text{est}} \mathbf{A}_T^H \hat{\boldsymbol{\gamma}}_k$$

**输出:**  $\hat{\mathbf{G}}_k^{\text{S-MJADMM}}, k=1, 2, \dots, K$

复杂度分析: 算法 1 的复杂度主要取决于  $\bar{\mathbf{G}}, \check{\mathbf{Z}}_k, \boldsymbol{\gamma}_k, \boldsymbol{\mu}_k$  的更新过程, 其中  $\bar{\mathbf{G}}$  的更新复杂度为  $O(K(BL_F G_t + G_t^3))$ ,  $\check{\mathbf{Z}}_k$  的更新复杂度为  $O(KBL_F G_t)$ ,  $\boldsymbol{\gamma}_k$  的更新复杂度为  $O(N^2 BL_F)$ ,  $\boldsymbol{\mu}_k$  的更新复杂度为  $O(KBL_F G_t)$ 。假设算法 1 的迭代次数为  $T$ , 综合各部分的复杂度, 最终得到算法 1 的总复杂度为:  $O(TK(N^2 BL_F))$ 。



### 3 仿真结果及分析

在本文的仿真实验中，设置BS天线数、RIS单元数和用户数分别为 $M=128$ ， $N=128$ ， $K=4$ 。RIS到BS的路径数设置为 $L_F=8$ ；用户到RIS的路径数设置为 $L_{r,k}=1$ ；参数 $\zeta$ 、 $d$ 、 $G_r$ 、 $G_t$ 、 $\lambda_d$ 分别为 $10^{-9}$ 、0.1、512、128、1.5；设置ADMM算法的惩罚参数 $\rho=2.3$ ；为了量化评估算法的性能，选择了归一化均方误差作为性能指标，其定义为

$$\text{NMSE} = \mathbb{E} \left[ \frac{\|\hat{\mathbf{G}}_k - \mathbf{G}_k\|_2^2}{\|\mathbf{G}_k\|_2^2} \right],$$

其中 $\mathbf{G}_k$ 表示真实的信道矩阵，而 $\hat{\mathbf{G}}_k$ 则是算法估计得到的信道矩阵。

在后续的对比如实验中，将本文提出的基于子空间的多用户联合交替方向乘法（subspace multi-user joint alternating direction method of multipliers, S-MJADMM）信道估计方案与一系列先进的信道估计方案进行比较，以全面评估方案的性能和优越性，这些对比方案如下。

(1) S-MMV<sup>[21]</sup>：基于投影的多用户多向量估计方案，通过将接收信号投影到公共子空间，并利用同步正交匹配追踪算法来估计不同用户的级联信道。

(2) OMP<sup>[19]</sup>：基于正交匹配追踪算法的信道估计方案。通过利用不同用户角度域级联信道存在的行列稀疏性，将虚拟角度域的估计问题转换成稀疏向量的恢复问题，基于OMP算法估计出不同用户的级联信道。

(3) S-OMP：基于子空间投影的压缩感知信道估计方案。首先将接收到的信号投影到公共子空间，有效降低噪声影响。然后，利用投影后的用户角度域级联信道存在的列稀疏性，将虚拟角度域的估计问题转换成稀疏向量的恢复问题，基于OMP算法估计出用户级联信道。

(4) DS-OMP<sup>[20]</sup>：基于双结构稀疏的正交匹

配追踪算法的信道估计方案。通过利用了用户级联信道在虚拟角度域存在的公共行/列块稀疏性，基于正交匹配追踪算法，将虚拟角度域的估计问题转换成稀疏向量的恢复问题，有效估计出用户级联信道。

(5) S-MJCE<sup>[21]</sup>：基于投影的多用户联合信道估计方案。首先将接收到的信号投影到公共子空间，然后基于交替优化和迭代重新加权算法估计出不同用户的信道。

(6) S-Genie-aided LS：该方案假设BS已知RIS/用户端的级联AoD和BS端AoA的准确角度，将接收到的信号投影到估计的公共子空间，最后使用最小二乘估计出级联信道。该方案充当所有其他方案的性能上限。

S-MJADMM算法中NMSE与不同正则化参数 $\lambda_d$ 的关系曲线如图2所示， $\lambda_d$ 用于平衡数据拟合与解的稀疏性。较小的 $\lambda_d$ 会倾向于产生更稀疏的解，而较大的 $\lambda_d$ 虽然能更好地拟合数据，但可能导致解的稀疏性降低。仿真结果显示，当 $\lambda_d$ 取1到1.5之间的数值时，算法性能相对较为优越。由于该范围内的 $\lambda_d$ 能有效地在数据拟合与保持解的稀疏性之间达到平衡，在仿真实验中，本文选择将 $\lambda_d$ 设置为1.5。

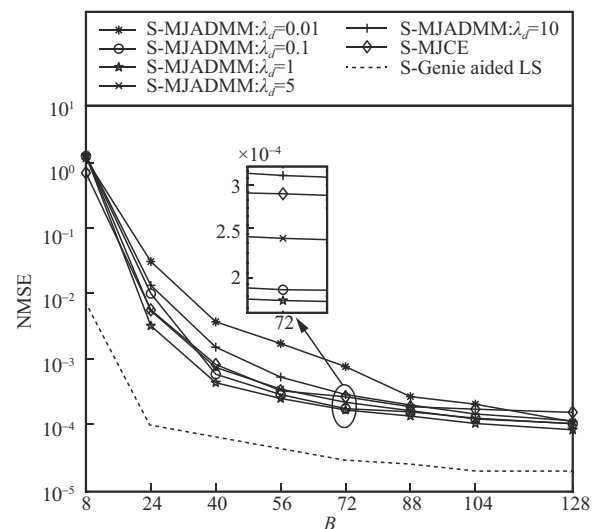


图2 NMSE与不同正则化参数 $\lambda_d$ 的关系曲线

S-MJADMM算法中NMSE与不同惩罚参数 $\rho$ 的关系曲线如图3所示。结果表明，惩罚参数 $\rho$ 的大小对算法性能产生显著影响。当 $\rho$ 值较小时，对偶变量的更新较慢，这导致算法难以迅速适应约束条件的变化，从而使得收敛过程变得缓慢。因此，设置过低的 $\rho$ 值可能导致算法在达到最大迭代次数时仍未能满足迭代收敛的停止条件。相反，过高的 $\rho$ 值则可能过分强调对偶问题的快速更新，牺牲了对原问题的准确更新，从而可能导致过拟合或解的不稳定性。选择适当的惩罚参数 $\rho$ 至关重要，这不仅可以提升算法性能，还可以在计算效率和解的质量之间实现良好的平衡。基于理论分析和实验仿真结果，本文将 $\rho$ 设定在2.3左右，以有效平衡原始问题和对偶问题的更新需求，实现更快的收敛速度和更优的估计性能表现。

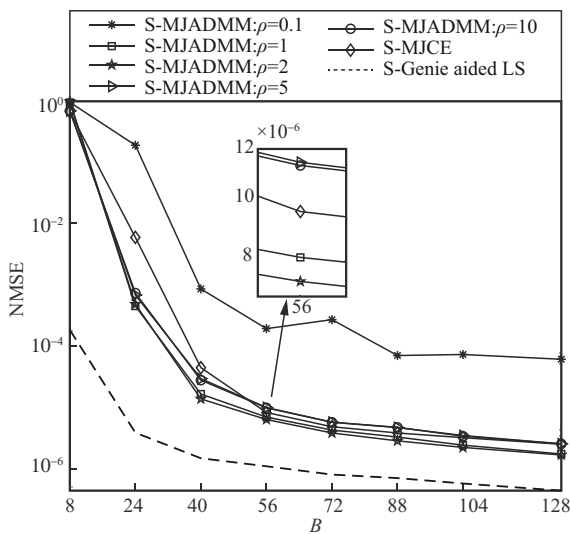


图3 NMSE与不同惩罚参数 $\rho$ 的关系曲线

NMSE与导频开销 $B$ 的关系曲线如图4所示。结果表明，随着导频开销 $B$ 的增加，各信道估计方案的性能普遍提升，这主要是因为更多的导频资源能够增强所有算法的估计精度。当导频开销达到一定程度后，NMSE的下降趋于平缓，说明继续增加导频资源只能带来较小的性能提升。这

是因为算法已经接近其性能极限，无法从额外的导频资源中获得更多有效信息。

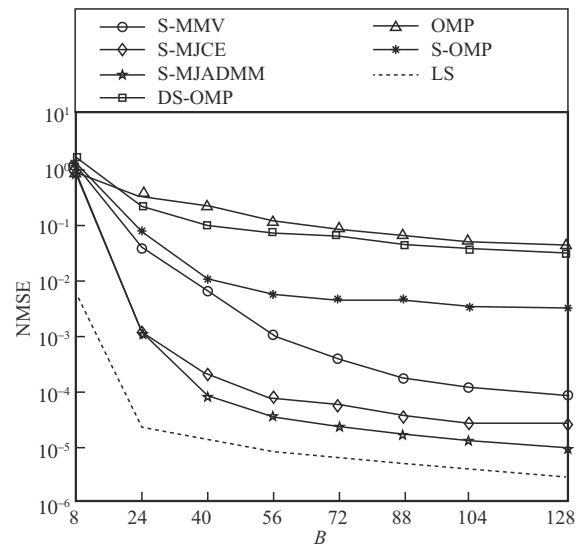


图4 NMSE与导频开销 $B$ 的关系曲线

从图4中观察到，基于OMP的信道估计方案在性能上的表现较为逊色，这主要是由于该方案通过简单的向量化操作，将用户虚拟角度域级联信道的估计问题转换为稀疏向量恢复问题，却忽略了实际用户角度域级联信道中固有的行/列块稀疏性。相比之下，基于S-OMP的信道估计方案表现更优，因为它考虑了接收信号存在的公共子空间，并通过信号投影操作降低了噪声干扰。DS-OMP算法考虑了用户虚拟角度域级联信道存在的双稀疏性，但在实际仿真中，由于该算法假设信道空间角度均位于量化网络上，且不存在网格失配问题，这一理想假设在本文实验仿真中并不满足。因此，在本文仿真中，DS-OMP算法的信道估计性能未能达到理想预期。

相比之下，本文提出的S-MJADMM信道估计方案性能优于其他参考方案。这是因为该方案利用了不同用户级联信道存在的稀疏性和相关性，同时在构建涉及多用户级联信道的优化问题时，ADMM算法的交替更新特性有助于迭代逼近最优解。特别是在处理包含公共缩放因子矩阵



和稀疏级联信道的约束优化问题时, ADMM 算法展现出其显著的优势。通过引入拉格朗日乘子, ADMM 能够高效地将约束条件融入优化过程, 从而有效地寻找和达到最优解。可以看到, S-MJADMM 信道估计方案在导频开销为 64 时已经与 SMJCE 信道估计方案在导频开销为 128 时性能相近, 在相同估计精度下导频开销有效降低了 50%。

NMSE 与 SNR 的关系曲线如图 5 所示。结果表明, 随着 SNR 的增加, 所有信道估计方案的 NMSE 均呈现下降趋势, 这反映了信噪比在降低噪声影响、提高估计性能方面的关键作用。特别地, 随着 SNR 的提升, 基于 ADMM 的信道估计方案性能显著提升。这是因为 ADMM 算法通过引入正则化项, 能够更有效地适应数据的结构性特征, 包括分块性和稀疏性, 尤其是在低噪声条件下。随着 SNR 的增加, 这些结构特性变得更加明显, 进一步凸显了基于多用户联合的 ADMM 信道估计方案在性能提升方面的优越性。

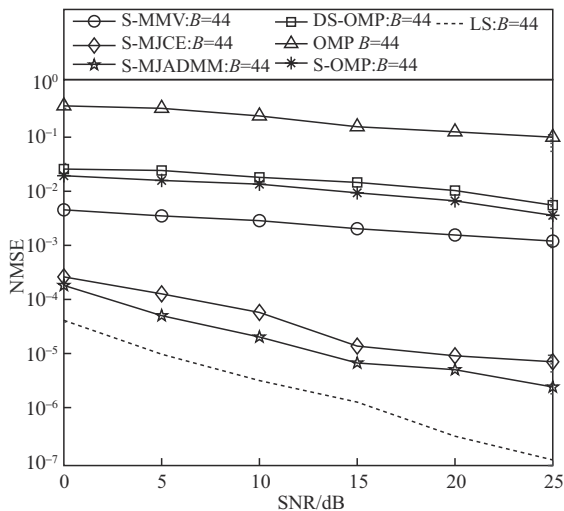


图5 NMSE与SNR的关系曲线

NMSE 与 BS-RIS 路径数量  $L_F$  的关系曲线如图 6 所示。结果表明, 随着 BS-RIS 路径数量  $L_F$  的增加, 所有信道估计方案的 NMSE 均呈现上升趋势。这是由于  $L_F$  的增加直接导致信道模型中需

要估计的未知参数数量增加, 从而增加了信道估计的复杂性。尽管在不同的  $L_F$  条件下, 信道复杂性均有所提高, 但本文提出的 S-MJADMM 信道估计方案依然能够在性能上保持优势, 优于其他参考方案。这进一步验证了 S-MJADMM 算法在复杂环境下的稳定性和鲁棒性。

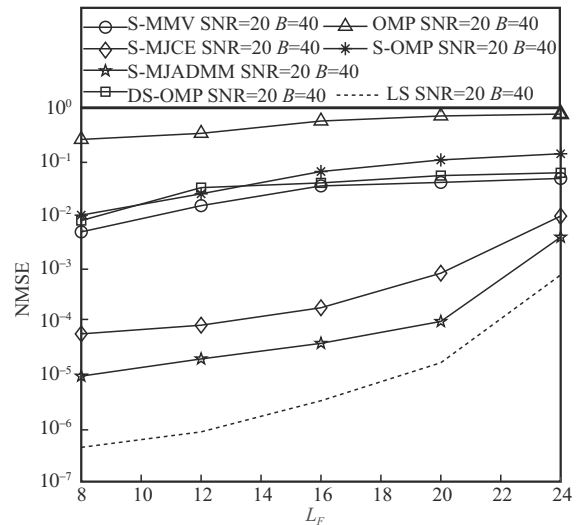


图6 NMSE与BS-RIS路径数量 $L_F$ 的关系曲线

## 4 结束语

本文研究了基于毫米波的 RIS 辅助的多用户无线通信中的信道估计问题。首先, 通过利用多用户级联信道中存在的 BS-RIS 公共信道部分, 估计出用户级联信道的公共子空间, 并通过投影操作有效降低噪声对信道估计的影响。接着, 利用存在于多用户级联信道之间的公共缩放因子, 将不同用户级联信道进行归一化表示, 进一步简化了信道估计的复杂性。为了有效估计不同用户的级联信道, 结合压缩感知算法和交替方向乘法, 通过解耦优化目标, 实现多用户级联信道的联合估计。仿真结果表明, 本文提出的基于子空间投影的多用户联合 ADMM 信道估计方案在低导频开销条件下具有良好的信道估计性能。

## 参考文献:

- [1] ATTARAN M. The impact of 5G on the evolution of intelligent automation and industry digitization[J]. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2023, 14(5): 5977-5993.
- [2] WU Q Q, ZHANG R. Intelligent reflecting surface enhanced wireless network via joint active and passive beamforming[C]// *Proceedings of the IEEE Transactions on Wireless Communications*. Piscataway: IEEE Press, 2019: 5394-5409.
- [3] SHI W, XU W, YOU X H, et al. Intelligent reflection enabling technologies for integrated and green Internet-of-Everything beyond 5G: communication, sensing, and security[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2023, 30(2): 147-154.
- [4] LIU R, LI M, LUO H H, et al. Integrated sensing and communication with reconfigurable intelligent surfaces: opportunities, applications, and future directions[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2023, 30(1): 50-57.
- [5] HUA S, ZHOU Y, YANG K, et al. Reconfigurable intelligent surface for green edge inference[J]. *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, 2021, 5(2): 964-979.
- [6] LIU Q, YANG W N, LI M, et al. A novel channel estimation strategy for practical RIS-aided wideband OFDMA communications[J]. *Wireless Networks*, 2023, 29(7): 3075-3089.
- [7] ZHOU G, PAN C H, REN H, et al. Channel estimation for RIS-aided multiuser millimeter-wave systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 1478-1492.
- [8] ZHENG B X, YOU C S, ZHANG R. Fast channel estimation for IRS-assisted OFDM[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2021, 10(3): 580-584.
- [9] ZHENG B X, YOU C S, ZHANG R. Intelligent reflecting surface assisted multi-user OFDMA: channel estimation and training design[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020, 19(12): 8315-8329.
- [10] SCHROEDER R, HE J G, BRANTE G, et al. Two-stage channel estimation for hybrid RIS assisted MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2022, 70(7): 4793-4806.
- [11] DEMIR Ö T, BJÖRNSSON E. Is channel estimation necessary to select phase-shifts for RIS-assisted massive MIMO? [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(11): 9537-9552.
- [12] GOMES P R B, DE ARAÚJO G T, SOKAL B, et al. Channel estimation in RIS-assisted MIMO systems operating under imperfections[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(11): 14200-14213.
- [13] LIU Y W, MU X D, LIU X, et al. Reconfigurable intelligent surface-aided multi-user networks: interplay between NOMA and RIS[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2022, 29(2): 169-176.
- [14] NGUYEN C, HOANG T M, CHEEMA A A. Channel estimation using CNN-LSTM in RIS-NOMA assisted 6G network[J]. *IEEE Transactions on Machine Learning in Communications and Networking*, 2023, 1: 43-60.
- [15] ZHANG Z J, DAI L L, CHEN X B, et al. Active RIS vs. passive RIS: which will prevail in 6G? [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, 71(3): 1707-1725.
- [16] ZHU Q, LI M, LIU R, et al. Joint transceiver beamforming and reflecting design for active RIS-aided ISAC systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(7): 9636-9640.
- [17] CHEN H, LI N X, LONG R Z, et al. Channel estimation and training design for active RIS aided wireless communications [J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2023, 12(11): 1876-1880.
- [18] LYU W, BAI J, YAN Q, et al. RIS-assisted green secure communications: active RIS or passive RIS? [J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, 12(2): 237-241.
- [19] WANG P L, FANG J, DUAN H P, et al. Compressed channel estimation for intelligent reflecting surface-assisted millimeter wave systems[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 905-909.
- [20] WEI X H, SHEN D C, DAI L L. Channel estimation for RIS assisted wireless communications: Part II: an improved solution based on double-structured sparsity[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(5): 1403-1407.
- [21] CHEN J, LIANG Y C, CHENG H V, et al. Channel estimation for reconfigurable intelligent surface aided multi-user mmWave MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(10): 6853-6869.
- [22] HU C, DAI L L, MIR T, et al. Super-resolution channel estimation for mmWave massive MIMO with hybrid precoding[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(9): 8954-8958.

## [作者简介]



朱路虎 (1998-), 男, 浙江工商大学信息与电子工程学院硕士生, 主要研究方向为智能反射面信道估计。



王安定 (1975-), 男, 博士, 浙江工商大学信息与电子工程学院副教授, 主要研究方向为毫米波通信、空时信号处理以及大规模MIMO系统等。